

ĐÁP ÁN Toán 3, HK I 2024-2025

Câu	Nội dung	Điểm
1		1.0
	Đạo hàm $\mathbf{R}'(t) = \langle 1, 2t, \frac{3t^2}{4} \rangle \Rightarrow \mathbf{R}'(2) = \langle 1, 4, 3 \rangle \Rightarrow \ \mathbf{R}'(2)\ = \sqrt{26}$.	0.5
	$\mathbf{R}''(t) = \langle 0, 2, \frac{3t}{2} \rangle, \mathbf{R}''(2) = \langle 0, 2, 3 \rangle \Rightarrow \kappa(2) = \frac{\ \mathbf{R}'(2) \times \mathbf{R}''(2)\ }{\ \mathbf{R}'(2)\ ^3} = \frac{\ \langle 6, -3, 2 \rangle\ }{26\sqrt{26}} = \frac{7}{26\sqrt{26}}$.	0.5
2		2
	a) Theo đề $D_{\vec{a}}f(A) = \frac{2 \times f_x(A) + 0}{\ \vec{a}\ } = 4$ và $D_{\vec{b}}f(A) = \frac{0 + 4 \times f_y(A)}{\ \vec{b}\ } = 7$ Suy ra $f_x(A) = 4$ và $f_y(A) = 7$	0.75 0.25
	Đặt $F(x, y, z) = x^3 + 5y^2 + 2z - xe^{yz}$. Khi đó $F_z = 2 - xye^{yz}$	0.5
	Suy ra $z_x = -\frac{F_x}{F_z} = \frac{e^{yz} - 3x^2}{2 - xye^{yz}}$ và $z_y = -\frac{F_y}{F_z} = \frac{-10y + xze^{yz}}{2 - xye^{yz}}$	0.5
3		1.5
	$f_x = b^2y^2 + a^2 + 3x^2 + 2x - 3y - 2, f_y = 2b^2xy + ab - 3x + 2y$	0.5
	$f_x(0, 1) = 0; f_y(0, 1) = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 5; ab = -2 \Leftrightarrow b = \pm 1, a = \pm 2$	0.5
	$A = f_{xx} = 6x + 2, B = f_{xy} = 2b^2y - 3, C = f_{yy} = 2b^2x + 2$.	0.25
	f đạt cực tiểu tại $M(0, 1)$ khi $D(0, 1) = 4 - (2b^2 - 3)^2 \geq 0$ và $f_{xx}(0, 1) = 2 > 0 \Leftrightarrow a = -2, b = 1$ hoặc $a = 2, b = -1$	0.25
4		2.5
	a) $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, -x \leq y \leq \sqrt{x}\}$	0.5
	$I = \int_0^4 \int_{-x}^{\sqrt{x}} 2xy \, dy \, dx = \int_0^4 y^2 x \Big _{-x}^{\sqrt{x}} dx = \int_0^4 (-x^3 + x^2) dx$	0.5
	$I = -\frac{128}{3}$	0.25
	b) Phương trình giao tuyến $x^2 + y^2 = 1, z = 3$	0.25
	Tọa độ trụ $0 \leq \theta \leq 2\pi; 0 \leq r \leq 1; 3r^2 \leq z \leq 4 - r^2$	0.5
	$I = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{3r^2}^{4-r^2} r^3 \, dz \, dr \, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (-4r^5 + 4r^3) \, dr \, d\theta = \frac{2\pi}{3}$	0.5
5		1.5
	Công là tích phân $W = \int_C (y^2 - x^2) dx - xdy$	0.25
	Áp dụng DL Green $W = \iint_D (-1 - 2y) dA$	0.25
	Theo tọa độ cực $W = \int_0^{\pi/2} \int_0^2 (-1 - 2r \sin \theta) r dr d\theta$	0.5
	$= \int_0^{\pi/2} \left(-\frac{r^2}{2} - \frac{2r^3 \sin \theta}{3} \right) \Big _0^2 d\theta = \int_0^{\pi/2} \left(-2 - \frac{16 \sin \theta}{3} \right) d\theta = -\pi - \frac{16}{3}$	0.5
6		1.5
	a) $\text{Div}(\mathbf{F}) = 2y - 6e^{-y}, \text{curl}(\mathbf{F}) = \langle z, 0, 7x \rangle$	0.5
	b) Phương trình mặt $(S) : z = xe^y \Rightarrow z_x = e^y, z_y = xe^y$	
	Thông lượng $= \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D \langle xy, 4x^2 + 6e^{-y}, xye^y \rangle \cdot \langle -e^y, -xe^y, 1 \rangle dA =$	0.25
	$\iint_D (-4x^3 e^y - 6x) dA$	0.5
	$= \int_0^1 \int_0^1 (-4x^3 e^y - 6x) dy dx = \int_0^1 (-4x^3 e^y - 6xy) \Big _0^1 dx = \int_0^1 (4x^3 - 4x^3 e - 6x) dx = -2 - e$	0.25